

1 NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS

Página 25

Con lo que ya sabes, resuelve

Varios miembros de una pandilla están haciendo la misma colección de cromos de la liga de baloncesto, que se disputa entre dieciocho equipos.

Cada equipo ocupa una doble página en el álbum y presenta 16 cromos de los jugadores, otro del entrenador y otro del escudo del club.



- 1 Marcos tenía ayer 73 cromos en el álbum y otros 27 repetidos para intercambiar. Hoy ha comprado tres sobres de 5 cromos cada uno, y le han salido seis que ya tenía. Después, ha intercambiado con Marta 13 de sus repetidos por otros que no tenía.

Ve resolviendo las siguientes preguntas, en el orden en que aparecen, y asocia cada una con la correspondiente expresión que ves a la derecha.

- a) ¿Cuántos cromos tiene la colección?

$$18 \cdot 2 + 2 = 38$$

- b) ¿Cuántas páginas tiene el álbum, teniendo en cuenta que la primera contiene el índice y la última los créditos?

$$18 \cdot (16 + 1 + 1) = 324$$

- c) En cuántos cromos ha mejorado hoy la colección de Marcos?

$$(5 \cdot 3 - 6) + 13 = 20$$

- d) ¿Cuántos cromos no repetidos tiene ahora?

$$73 + [(5 \cdot 3 - 6) + 13] = 95$$

- e) ¿Cuántos le quedan repetidos?

$$27 + 6 - 13 = 20$$

- f) ¿Cuántos le faltan todavía para completar la colección?

$$18^2 - [73 + (3 \cdot 5 - 6) + 13] = 229$$



- 2 Rodrigo tiene 42 cromos repetidos y los quiere colocar en montones igual de gruesos, de más de 5 y de menos de 10 unidades. ¿De cuántas formas diferentes puede hacerlo?

Rodrigo puede colocarlos en 7 montones de 6 cromos o en 6 montones de 7 cromos.

- 3 Alberto dice que cuando tenga 250 cromos, sin repetidos, habrá llenado 13 páginas del álbum. Pero Adela no está de acuerdo, le dice que a lo mejor no habrá llenado ninguna. Y Ramiro opina que es posible que haya llenado unas pocas, tres o cuatro, pero ve difícil que sean más. ¿Cuál de los tres crees que tiene más posibilidades de estar en lo cierto? Explícalo.**

$$324 - 250 = 74$$

$$250 = 13 \cdot 18 + 16$$

Con 250 cromos, se podrían rellenar 13 dobles páginas y otra con 16 cromos, pero tendría que dar la casualidad, poco probable, de que todos los cromos coincidieran en esas páginas.

Por otro lado, a Alberto le faltan 74 cromos para completar la colección, cuyos lugares podrían estar distribuidos en todas las páginas del álbum, con lo que en todas quedarían huecos, y tendría razón Adela.

Pero con 250 cromos, parece más razonable que unas cuantas dobles páginas se hayan completado, pero no la mayoría.

Por tanto, Adela tiene razón, pero la reflexión más razonable es la de Ramiro.

- 4 A Noemí le quedan por reunir unos pocos cromos para completar la colección, porque tiene ya 310. ¿Cuántas página del álbum puedes asegurar que ha completado, como mínimo? ¿Y como máximo?**

$$324 - 310 = 14. \text{ Faltan } 14 \text{ cromos.}$$

Si esos 14 cromos fueran cada uno de una doble página distinta, se habrían llenado:

$$18 - 14 = 4 \text{ dobles páginas distintas}$$

Si esos 14 cromos pertenecieran a la misma doble página, se habrían llenado las 17 dobles páginas restantes.

Por tanto, como máximo se habrán llenado 17 dobles páginas y, como mínimo, 4.

1 EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS NATURALES

Página 27

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 Pasa a forma compleja.

a) 257'

$$\begin{array}{r} 257' \quad | \quad 60 \\ 17' \quad 4^\circ \end{array}$$

$$257' = \dots^\circ \dots'$$

$$\begin{array}{r} \text{a) } 257' \quad | \quad 60 \\ 17' \quad 4^\circ \end{array}$$

$$257' = 4^\circ 17'$$

b) 873 s

$$\begin{array}{r} 873 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ s} \quad \square \text{ min} \end{array}$$

$$873 \text{ s} = \dots \text{ min } \dots \text{ s}$$

$$\begin{array}{r} \text{b) } 873 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ 273 \quad 14 \text{ min} \\ 33 \text{ s} \end{array}$$

$$873 \text{ s} = 14 \text{ min } 33 \text{ s}$$

c) 8534 s

$$\begin{array}{r} 8534 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ s} \quad 142 \text{ min} \quad | \quad 60 \\ \square \text{ min} \quad \square \text{ h} \end{array}$$

$$8534 \text{ s} = \dots \text{ h } \dots \text{ min } \dots \text{ s}$$

$$\begin{array}{r} \text{c) } 8534 \text{ s} \quad | \quad 60 \\ 253 \quad 142 \text{ min} \quad | \quad 60 \\ 134 \quad 22 \text{ min } 2 \text{ h} \\ 14 \text{ s} \end{array}$$

$$8534 \text{ s} = 2 \text{ h } 22 \text{ min } 14 \text{ s}$$

2 Pasa 2 horas y 24 minutos a forma incompleja (primero a minutos y después a segundos).

a) Paso a minutos: $2 \text{ h } 24 \text{ min} \rightarrow (2 \cdot 60 + 24) \text{ min} = (\dots + \dots) \text{ min} = \dots \text{ min}$

b) Paso a segundos: $2 \text{ h } 24 \text{ min} \rightarrow (2 \cdot 3600 + 24 \cdot 60) \text{ s} = \dots \text{ s}$

a) $(2 \cdot 60 + 24) \text{ min} = (120 + 24) \text{ min} = 144 \text{ min}$

b) $(2 \cdot 3600 + 24 \cdot 60) \text{ s} = 8640 \text{ s}$

2 ▶ LA RELACIÓN DE DIVISIBILIDAD

Página 30

Para fijar ideas

Copia y completa en tu cuaderno.

1 Divide, observa y contesta.

$$\begin{array}{r} 173 \overline{)19} \\ 02 \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 228 \overline{)19} \\ \dots \ \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 516 \overline{)43} \\ \dots \ \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \overline{)43} \\ \dots \ \dots \end{array}$$

a) ¿Es 173 múltiplo de 19? ¿Y 228?

b) ¿Es 43 divisor de 516? ¿Y de 743?

$$\begin{array}{r} 173 \overline{)19} \\ 02 \ 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 228 \overline{)19} \\ 38 \ 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 516 \overline{)43} \\ 86 \ 12 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 743 \overline{)43} \\ 313 \ 17 \\ 12 \end{array}$$

a) 173 no es múltiplo de 19 porque la división no es exacta. En cambio, 228 sí es múltiplo de 19.

b) 43 es divisor de 516 porque la división es exacta. En cambio, 43 no es divisor de 743.

2 Escribe los ocho primeros múltiplos de 13.

13 - ... - ... - ... - ... - ... - ... - ...

13 - 26 - 39 - 52 - 65 - 78 - 91 - 104

3 Observa y escribe todos los divisores de 42.

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)1} \\ 00 \ 42 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)2} \\ 02 \ 21 \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)3} \\ 12 \ 14 \\ 0 \end{array}$$

~~$$\begin{array}{r} 42 \overline{)4} \\ 02 \ 10 \\ 2 \end{array}$$~~

~~$$\begin{array}{r} 42 \overline{)5} \\ 2 \ 8 \end{array}$$~~

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)6} \\ 0 \ 7 \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 42 \overline{)42} \\ 00 \ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)21} \\ 00 \ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)14} \\ 00 \ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 42 \overline{)7} \\ 0 \ 6 \end{array}$$

Divisores de 42:

1

↕ ↕ ↕ ↕

42

Divisores de 42:

1 2 3 6

↕ ↕ ↕ ↕

42 21 14 7

4 Busca todos los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300.

$$\begin{array}{r} 250 \overline{)14} \\ 110 \ 17 \\ 12 \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 14 \cdot 17 = 238 \\ 14 \cdot 18 = \dots \\ 14 \cdot 19 = \dots \\ 14 \cdot \dots = \dots \\ 14 \cdot \dots = \dots \end{array} \right\} \rightarrow \text{Los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300 son: } \dots$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 14 \cdot 17 = 238 \\ 14 \cdot 18 = 252 \\ 14 \cdot 19 = 266 \\ 14 \cdot 20 = 280 \\ 14 \cdot 21 = 294 \end{array} \right\} \rightarrow \text{Los múltiplos de 14 comprendidos entre 250 y 300 son: 252, 266, 288 y 294.}$$

Para practicar

1 Escribe:

a) Los cinco primeros múltiplos de 20.

a) 20, 40, 60, 80, 100

b) Todos los divisores de 20.

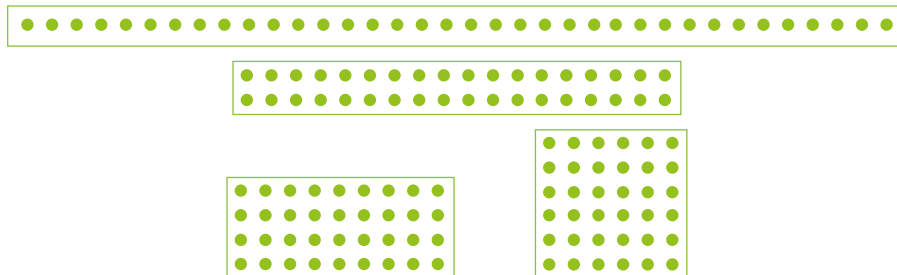
b) 1, 2, 4, 5, 10 y 20

2 Dibuja todas las formas de representar 36 como número rectangular.

$$36 = 3 \cdot 12$$



¿Qué relación tienen con los divisores de 36?



Divisores de 36: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 y 36.

Por tanto, podemos emparejar los divisores de 36 y dibujar rectángulos con esas medidas: 1×36 , 2×18 , 3×12 , 4×9 , 6×6 .

3 Escribe todas las parejas de números cuyo producto es 60.

$1 \cdot 60$, $2 \cdot 30$, $3 \cdot 20$, $4 \cdot 15$, $5 \cdot 12$ y $6 \cdot 10$

4 Busca:

a) Los múltiplos de 7 comprendidos entre 100 y 150.

b) El primer múltiplo de 13 después de 1000.

a) 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147

b) 1001

5 Copia, rodea los pares y tacha los múltiplos de 3.

45 - 67 - 74 - 96 - 143 - 138 - 251 - 309 - 488

~~45~~ - 67 - ~~74~~ - ~~96~~ - 143 - ~~138~~ - 251 - ~~309~~ - ~~488~~

6 Qué valores debe tomar la cifra a para que el número:

5	6	a
---	---	---

a) Sea múltiplo de 2.

b) Sea múltiplo de 3.

c) Sea múltiplo de 5.

d) Sea múltiplo de 9.

a) $a = 0, 2, 4, 6, 8$

b) $a = 1, 4, 7$

c) $a = 0, 5$

d) $a = 7$

7 Selecciona, entre estos números, los múltiplos de 11.

286 611 913 1804 2444 3333

Múltiplos de 11: 286, 913, 1804 y 3333.

8 Observa, copia y completa en tu cuaderno.

a) $n = 2 \cdot 3 \cdot k = 6 \cdot k \rightarrow$ Si un número, n , es múltiplo de 2 y de 3, también es múltiplo de 6.

b) $m = 2 \cdot 5 \cdot k = 10 \cdot k \rightarrow$ Si un número, m , es múltiplo de 2 y de 5, también es múltiplo de...

c) $p = 15 \cdot k = 3 \cdot 5 \cdot k \rightarrow$ Si un número, p , es múltiplo de 15, también lo es de ... y de...

b) Si un número, m , es múltiplo de 2 y de 5, también es múltiplo de 10.

c) Si un número, p , es múltiplo de 15, también lo es de 3 y de 5.

3 ► NÚMEROS PRIMOS Y COMPUESTOS

Página 31

Para practicar

1 Separa, entre los siguientes números, los primos de los compuestos.

Primos: 29, 83, 101, 113

Compuestos: 39, 57, 91, 111, 243, 341

2 Copia y completa los procesos de descomposición factorial.

2	9	4	2	495	<input type="text"/>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	3	165	<input type="text"/>
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	7	55	<input type="text"/>
		<input type="text"/>	7	11	<input type="text"/>
		<input type="text"/>		1	<input type="text"/>

$294 = \square \cdot \square \cdot \square^2$
 $495 = \square^2 \cdot \square \cdot \square \square$

294	2	495	3
147	3	165	3
49	7	55	5
7	7	11	11
1		1	1

$294 = 2 \cdot 3 \cdot 7^2$
 $495 = 3^2 \cdot 5 \cdot 11$

3 Descompón estos números en factores primos.

- | | | | |
|--------|--------|---------|---------|
| a) 84 | b) 130 | c) 160 | d) 594 |
| e) 720 | f) 975 | g) 2340 | h) 5220 |

- | | |
|--|--|
| a) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$ | b) $130 = 2 \cdot 5 \cdot 13$ |
| c) $160 = 2^5 \cdot 5$ | d) $594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11$ |
| e) $720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ | f) $975 = 3 \cdot 5^2 \cdot 13$ |
| g) $2340 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 13$ | h) $5220 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 29$ |

4 Escribe factorizados sin hacer ninguna operación:

- a) Tres múltiplos de $12 = 2^2 \cdot 3$.
- b) Todos los divisores de $75 = 3 \cdot 5 \cdot 5$.
- a) Por ejemplo: $2^2 \cdot 3 \cdot 2$; $2^2 \cdot 3 \cdot 3$; $2^2 \cdot 3 \cdot 5$
- b) $3 \cdot 5 \cdot 5$; $5 \cdot 5$; $3 \cdot 5$; 5 ; 3 ; 1

5 Teniendo en cuenta que $m = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ y $n = 2^3 \cdot 3$, escribe:

- a) Tres múltiplos comunes de m y n .
- b) Tres divisores comunes de m y n .
- a) Por ejemplo: $2^3 \cdot 3 \cdot 5$; $2^4 \cdot 3 \cdot 5$; $2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
- b) Por ejemplo: 2 ; 3 ; $2^2 \cdot 3$

4 ▶ MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO

Página 32

Para practicar

1 Calcula mentalmente.

- | | | | |
|------------------------|-------------------------|--------|--------|
| a) mín. c. m. (3, 5) | b) mín. c. m. (6, 11) | | |
| c) mín. c. m. (10, 15) | d) mín. c. m. (10, 25) | | |
| e) mín. c. m. (30, 40) | f) mín. c. m. (50, 100) | | |
| a) 15 | b) 66 | c) 30 | d) 50 |
| | | e) 120 | f) 100 |

2 Calcula.

- | | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--------|--------|
| a) mín. c. m. (18, 24) | b) mín. c. m. (21, 35) | | |
| c) mín. c. m. (72, 90) | d) mín. c. m. (90, 120) | | |
| e) mín. c. m. (60, 72, 90) | f) mín. c. m. (50, 75, 100) | | |
| a) 72 | b) 105 | c) 360 | d) 360 |
| | | e) 360 | f) 300 |

3 Cierta supermercado hace inventario cada 36 días y recoloca los expositores cada 24 días. ¿Cada cuánto tiempo coinciden ambos trabajos en el mismo día?

$$\text{mín. c. m. } (36, 24) = 72$$

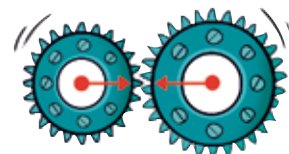
Cada 72 días coinciden ambos trabajos.

4 Dos ruedas, una de 24 dientes y la otra de 32, giran acopladas al poner en marcha un engranaje. ¿Cuántas vueltas dará cada una hasta quedar enfrentadas en la posición inicial?

$$\text{mín. c. m. } (24, 32) = 96$$

$$96 = 24 \cdot 4 = 32 \cdot 3$$

Vuelven a coincidir en la posición inicial después de que la rueda de 24 dientes dé 4 vueltas y la rueda de 32 dientes dé 3 vueltas.



5 ▶ MÁXIMO COMÚN DIVISOR

Página 33

Para practicar

1 Calcula mentalmente.

- | | | | | | |
|------------------------|------------------------|------|------|------|-------|
| a) máx. c. d. (4, 6) | b) máx. c. d. (6, 8) | | | | |
| c) máx. c. d. (5, 10) | d) máx. c. d. (15, 20) | | | | |
| e) máx. c. d. (18, 24) | f) máx. c. d. (50, 75) | | | | |
| a) 2 | b) 2 | c) 5 | d) 5 | e) 6 | f) 25 |

2 Una hortelana destina a semillero una parcela rectangular de $248 \text{ cm} \times 250 \text{ cm}$. La quiere dividir en cuadrados, todos iguales y lo más grandes posible.

¿Cuáles serán las dimensiones de cada semillero?

$$\text{máx. c. d. } (248, 250) = 2$$

Las dimensiones de cada semillero serán cuadrados de 2 cm de lado.

3 Calcula.

- | | | | | | |
|--------------------------|--------------------------|------|-------|-------|-------|
| a) máx. c. d. (24, 36) | b) máx. c. d. (28, 42) | | | | |
| c) máx. c. d. (63, 99) | d) máx. c. d. (90, 126) | | | | |
| e) máx. c. d. (165, 275) | f) máx. c. d. (360, 450) | | | | |
| a) 12 | b) 14 | c) 9 | d) 18 | e) 55 | f) 90 |

4 Un almacenista desea envasar 885 litros de aceite de oliva y 705 litros de aceite de girasol, en garrafas iguales y lo más grandes posible. ¿Cuál debe ser la capacidad de las garrafas para que todas queden llenas y sin que sobre aceite?

$$\text{máx. c. d. } (885, 705) = 15$$

La capacidad de las garrafas debe ser 15 litros.

6 ▶ EL CONJUNTO \mathbb{Z} DE LOS NÚMEROS ENTEROS

Página 34

Para practicar

1 Escribe el valor absoluto y el opuesto de cada número.

a) -3 b) $+8$ c) -11 d) $+23$ e) -37 f) $+60$

a) $|-3| = 3$. Opuesto de $(-3) \rightarrow +3$

b) $|+8| = 8$. Opuesto de $(+8) \rightarrow -8$

c) $|-11| = 11$. Opuesto de $(-11) \rightarrow +11$

d) $|+23| = 23$. Opuesto de $(+23) \rightarrow -23$

e) $|-37| = 37$. Opuesto de $(-37) \rightarrow +37$

f) $|+60| = 60$. Opuesto de $(+60) \rightarrow -60$

2 Ordena de menor a mayor.

$-7, -13, +8, -1, +1, +5, 0, +10, -24$

$-24 < -13 < -7 < -1 < 0 < +1 < +5 < +8 < +10$

3 ¿Verdadero o falso?

a) **Cualquier número entero es también natural.**

b) **Cualquier número natural es entero.**

c) **Solo los negativos tienen opuesto.**

d) **Dos números enteros opuestos tienen el mismo valor absoluto.**

a) Falso. Los números negativos son enteros pero no naturales.

b) Verdadero.

c) Falso. Todos los números tienen opuesto.

d) Verdadero. $|a| = |-a| = a$

7 ▶ OPERACIONES CON NÚMEROS ENTEROS

Página 35

Para fijar ideas

1 Lee, reflexiona y completa en tu cuaderno.

a) Si me dan 5 € y después me dan 3 €, tendré 8 € más.

$$+5 + 3 = \dots$$

b) Si gasto 4 € y después gasto 2 €, tendré ... € menos.

$$-4 - 2 = \dots$$

c) Si me dan 10 € y me quitan 3 €, tendré ... € ...

$$+10 - 3 = \dots$$

d) Si me dan 3 € y gasto 7 €, tendré ... € ...

$$+3 - 7 = \dots$$

a) Si me dan 5 € y después me dan 3 €, tendré 8 € más.

$$+5 + 3 = +8$$

b) Si gasto 4 € y después gasto 2 €, tendré 6 € menos.

$$-4 - 2 = -6$$

c) Si me dan 10 € y me quitan 3 €, tendré 7 € más.

$$+10 - 3 = +7$$

d) Si me dan 3 € y gasto 7 €, tendré 4 € menos.

$$+3 - 7 = -4$$

2 Copia y completa para resolver la misma expresión de dos formas diferentes.

$$3 - 7 - 5 + 8 = \square - 5 + 8 = \square + 8 = \dots$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = 3 + 8 - 7 - 5 = +11 - \square = \dots$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = -4 - 5 + 8 = -9 + 8 = -1$$

$$3 - 7 - 5 + 8 = 3 + 8 - 7 - 5 = +11 - 12 = -1$$

Para practicar

1 Calcula mentalmente.

a) $5 - 7$

b) $2 - 9$

c) $-1 - 9$

d) $-12 + 17$

e) $-22 + 10$

f) $-12 - 13$

a) -2

b) -7

c) -10

d) 5

e) -12

f) -25

2 Resuelve.

a) $10 - 3 + 5$

b) $2 - 9 + 1$

c) $16 - 4 - 6$

d) $7 - 10 - 3$

e) $-7 - 8 + 5$

f) $-5 + 8 + 4$

g) $-8 + 2 + 3$

h) $-1 - 2 - 3$

i) $-7 - 3 - 4$

a) 12

b) -6

c) 6

d) -6

e) -10

f) $+7$

g) -3

h) -6

i) -14

3 Calcula.

a) $3 - 7 + 2 - 5$

b) $2 - 6 + 9 - 3 + 4$

c) $7 - 10 - 5 + 4 + 6 - 1$

d) $-6 + 4 - 3 - 2 - 8 + 5$

e) $12 + 5 - 17 - 11 + 20 - 13$

f) $16 - 22 + 24 - 31 + 12 - 15$

a) -7

b) 6

c) 1

d) -10

e) -4

f) -16

Página 36

Para fijar ideas

3 Copia y completa para resolver la misma expresión de dos formas diferentes.

a) Quitando primero los paréntesis.

$$(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = 7 - \square - 2 + \square - \square + \square = 7 + 5 + 9 - \square - \square - \square = 21 - \square = \dots$$

b) Operando primero dentro de los paréntesis.

$$(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = (-3) - (\square - \square) = (-3) - (-\square) = \dots$$

a) $(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = 7 - 10 - 2 + 5 - 4 + 9 = 7 + 5 + 9 - 10 - 2 - 4 = 21 - 16 = 5$

b) $(7 - 10) - (2 - 5 + 4 - 9) = (-3) - (6 - 14) = (-3) - (-8) = -3 + 8 = 5$

Para practicar

4 Quita paréntesis y calcula.

a) $(-3) - (+4) - (-8)$

b) $-(-5) + (-6) - (-3)$

c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4)$

d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7)$

a) $(-3) - (+4) - (-8) = -3 - 4 + 8 = 1$

b) $-(-5) + (-6) - (-3) = 5 - 6 + 3 = 2$

c) $(+8) - (+6) + (-7) - (-4) = 8 - 6 - 7 + 4 = -1$

d) $-(-3) - (+2) + (-9) + (+7) = 3 - 2 - 9 + 7 = -1$

5 Resuelve quitando los paréntesis.

a) $(4 - 9) - (5 - 8)$

b) $-(1 - 6) + (4 - 7)$

c) $4 - (8 + 2) - (3 - 13)$

d) $12 + (8 - 15) - (5 + 8)$

e) $22 - (7 - 11 - 3) - 13$

a) $(4 - 9) - (5 - 8) = 4 - 9 - 5 + 8 = 12 - 14 = -2$

b) $-(1 - 6) + (4 - 7) = -1 + 6 + 4 - 7 = 10 - 8 = 2$

c) $4 - (8 + 2) - (3 - 13) = 4 - 8 - 2 - 3 + 13 = 17 - 13 = 4$

d) $12 + (8 - 15) - (5 + 8) = 12 + 8 - 15 - 5 - 8 = 20 - 28 = -8$

e) $22 - (7 - 11 - 3) - 13 = 22 - 7 + 11 + 3 - 13 = 36 - 20 = 16$

6 Resuelve operando primero dentro de los paréntesis.

a) $(2 - 6) + (4 - 8)$

b) $(8 - 10) - (12 - 7)$

c) $15 - (2 - 5 + 8) + (6 - 9)$

d) $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2)$

e) $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5)$

a) $(2 - 6) + (4 - 8) = (-4) + (-4) = -4 - 4 = -8$

b) $(8 - 10) - (12 - 7) = (-2) - (+5) = -2 - 5 = -7$

c) $15 - (2 - 5 + 8) + (6 - 9) = 15 - (+5) + (-3) = 15 - 5 - 3 = 7$

d) $(8 - 6) - (3 - 7 - 2) + (1 - 8 + 2) = (+2) - (-6) + (-5) = 2 + 6 - 5 = 3$

e) $(5 - 16) - (7 - 3 - 6) - (9 - 13 - 5) = (-11) - (-2) - (-9) = -11 + 2 + 9 = 0$

7 Resuelve de dos formas, como en el ejemplo.

• $10 - (13 - 7) = 10 - (+6) = 10 - 6 = 4$

$10 - (13 - 7) = 10 - 13 + 7 = 17 - 13 = 4$

a) $15 - (12 - 8)$

b) $9 - (20 - 6)$

c) $8 - (15 - 12)$

d) $6 - (13 - 2)$

e) $15 - (6 - 9 + 5)$

f) $21 - (3 - 10 + 11 + 6)$

a) $15 - (12 - 8) = 15 - (+4) = 15 - 4 = 11$

$15 - (12 - 8) = 15 - 12 + 8 = 23 - 12 = 11$

b) $9 - (20 - 6) = 9 - (+14) = 9 - 14 = -5$

$9 - (20 - 6) = 9 - 20 + 6 = 15 - 20 = -5$

c) $8 - (15 - 12) = 8 - (+3) = 8 - 3 = 5$

$8 - (15 - 12) = 8 - 15 + 12 = 20 - 15 = 5$

d) $6 - (13 - 2) = 6 - (+11) = 6 - 11 = -5$

$6 - (13 - 2) = 6 - 13 + 2 = 8 - 13 = -5$

e) $15 - (6 - 9 + 5) = 15 - (11 - 9) = 15 - (+2) = 15 - 2 = 13$

$15 - (6 - 9 + 5) = 15 - 6 + 9 - 5 = 24 - 11 = 13$

f) $21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - (20 - 10) = 21 - (+10) = 21 - 10 = 11$

$21 - (3 - 10 + 11 + 6) = 21 - 3 + 10 - 11 - 6 = 31 - 20 = 11$

8 Calcula.

a) $7 - [1 + (9 - 13)]$

b) $-9 + [8 - (13 - 4)]$

c) $12 - [6 - (15 - 8)]$

d) $-17 + [9 - (3 - 10)]$

e) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)]$

f) $15 - [9 - (5 - 11 + 7)]$

a) $7 - [1 + (9 - 13)] = 7 - [1 + 9 - 13] = 7 - 1 - 9 + 13 = 20 - 10 = 10$

b) $-9 + [8 - (13 - 4)] = -9 + [8 - (+9)] = -9 + [8 - 9] = -9 + [-1] = -9 - 1 = -10$

c) $12 - [6 - (15 - 8)] = 12 - [6 - 15 + 8] = 12 - 6 + 15 - 8 = 27 - 14 = 13$

d) $-17 + [9 - (3 - 10)] = -17 + [9 - (-7)] = -17 + [9 + 7] = -17 + 16 = -1$

e) $2 + [6 - (4 - 2 + 9)] = 2 + [6 - 4 + 2 - 9] = 2 + 6 - 4 + 2 - 9 = 10 - 13 = -3$

f) $15 - [9 - (5 - 11 + 7)] = 15 - [9 - (12 - 11)] = 15 - [9 - (+1)] = 15 - [9 - 1] =$
 $= 15 - [+8] = 15 - 8 = 7$

9 Resuelve.

a) $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7]$

b) $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)]$

c) $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)]$

d) $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15]$

e) $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)]$

f) $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)]$

a) $(2 - 9) - [5 + (8 - 12) - 7] = (2 - 9) - [5 + (-4) - 7] = (2 - 9) - [5 - 4 - 7] =$
 $= (-7) - [5 - 11] = -7 - [-6] = -7 + 6 = -1$

b) $13 - [15 - (6 - 8) + (5 - 9)] = 13 - [15 - 6 + 8 + 5 - 9] = 13 - 15 + 6 - 8 - 5 + 9 = 28 - 28 = 0$

c) $8 - [(6 - 11) + (2 - 5) - (7 - 10)] = 8 - [(-5) + (-3) - (-3)] = 8 - [-5 - 3 + 3] =$
 $= 8 - [-8 + 3] = 8 - [-5] = 8 + 5 = 13$

d) $(13 - 21) - [12 + (6 - 9 + 2) - 15] = (13 - 21) - [12 + 6 - 9 + 2 - 15] =$
 $= 13 - 21 - 12 - 6 + 9 - 2 + 15 = 37 - 41 = -4$

e) $[4 + (6 - 9 - 13)] - [5 - (8 + 2 - 18)] = [4 + (6 - 22)] - [5 - (10 - 18)] =$
 $= [4 - 16] - [5 + 8] = -12 - 13 = -25$

f) $[10 - (21 - 14)] - [5 + (17 - 11 + 6)] = [10 - 21 + 14] - [5 + 17 - 11 + 6] =$
 $= 10 - 21 + 14 - 5 - 17 + 11 - 6 = 35 - 49 = -14$

Para practicar

10 Multiplica.

a) $(+10) \cdot (-2)$

b) $(-4) \cdot (-9)$

c) $(-7) \cdot (+5)$

d) $(+11) \cdot (+7)$

a) -20

b) 36

c) -35

d) 77

11 Observa los ejemplos y multiplica de las dos formas que se indican.

• $(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (-5) = +30$

$(-3) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-3) \cdot (-10) = +30$

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4)$

b) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5)$

c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2)$

d) $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5)$

a) $(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (+6) \cdot (+4) = +24$

b) $(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-2) \cdot (-5) = +10$

$(-2) \cdot (-3) \cdot (+4) = (-2) \cdot (-12) = +24$

$(-1) \cdot (+2) \cdot (-5) = (-1) \cdot (-10) = +10$

c) $(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (-12) \cdot (+2) = -24$

d) $(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (+12) \cdot (-5) = -60$

$(+4) \cdot (-3) \cdot (+2) = (+4) \cdot (-6) = -24$

$(-6) \cdot (-2) \cdot (-5) = (-6) \cdot (+10) = -60$

12 Divide.

a) $(-18) : (+3)$

b) $(-15) : (-5)$

c) $(+36) : (-9)$

d) $(-30) : (-10)$

e) $(-52) : (+13)$

f) $(+22) : (+11)$

a) -6

b) $+3$

c) -4

d) $+3$

e) -4

f) $+2$

13 Copia, completa y compara. ¿Qué observas?

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = \square$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [\square] : (-2) = \square$

$(+60) : [(-30) : (-2)] = (+60) : [+15] = +4$

$[(+60) : (-30)] : (-2) = [-2] : (-2) = +1$

Se observa que la división no es asociativa.

14 Calcula el valor de x en cada caso.

a) $(-18) : x = +6$

b) $(+4) \cdot x = -36$

c) $x \cdot (-13) = +91$

d) $x : (-11) = +5$

a) $x = -3$

b) $x = -9$

c) $x = -7$

d) $x = -55$

Para fijar ideas

4 Copia y completa para obtener el valor de la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} & (6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4 \\ & (\square) \cdot (-5) + 3 \cdot (\square) + 4 \\ & (\square) + (\square) + 4 \\ & \square - \square + 4 = \square \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4 = \\ & = (\square) \cdot (-5) + 3 \cdot (\square) + 4 = \\ & = (\square) + (\square) + 4 = \square - \square + 4 = \square \end{aligned}$$

$$(6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4 = (-1) \cdot (-5) + 3 \cdot (-4) + 4 = (+5) + (-12) + 4 = 5 - 12 + 4 = -3$$

$$(6 - 9 + 2) \cdot (-5) + 3 \cdot (2 - 6) + 4$$

$$(\square) \cdot (-5) + 3 \cdot (\square) + 4$$

$$(\square) + (\square) + 4$$

$$\square - \square + 4 = \square$$

Para practicar

15 Calcula como en los ejemplos.

• $15 - 8 \cdot 3 = 15 - 24 = -9$

• $18 : 6 - 5 = 3 - 5 = -2$

a) $18 - 5 \cdot 3$

b) $6 - 4 \cdot 2$

c) $7 \cdot 2 - 16$

d) $18 - 15 : 3$

e) $5 - 30 : 6$

f) $20 : 2 - 11$

a) $18 - 5 \cdot 3 = 18 - 15 = 3$

b) $6 - 4 \cdot 2 = 6 - 8 = -2$

c) $7 \cdot 2 - 16 = 14 - 16 = -2$

d) $18 - 15 : 3 = 18 - 5 = 13$

e) $5 - 30 : 6 = 5 - 5 = 0$

f) $20 : 2 - 11 = 10 - 11 = -1$

16 Calcula como en el ejemplo.

• $21 - 4 \cdot 6 + 12 : 3 = 21 - 24 + 4 = 25 - 24 = 1$

a) $20 - 4 \cdot 7 + 11$

b) $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2$

c) $15 - 20 : 5 - 3$

d) $6 - 10 : 2 - 14 : 7$

e) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6$

f) $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6$

a) $20 - 4 \cdot 7 + 11 = 20 - 28 + 11 = 31 - 28 = 3$

b) $12 - 6 \cdot 5 + 4 \cdot 2 = 12 - 30 + 8 = 20 - 30 = -10$

c) $15 - 20 : 5 - 3 = 15 - 4 - 3 = 15 - 7 = 8$

d) $6 - 10 : 2 - 14 : 7 = 6 - 5 - 2 = 6 - 7 = -1$

e) $5 \cdot 3 - 4 \cdot 4 + 2 \cdot 6 = 15 - 16 + 12 = 27 - 16 = 11$

f) $7 \cdot 3 - 5 \cdot 4 + 18 : 6 = 21 - 20 + 3 = 24 - 20 = 4$

17 Observa el ejemplo y calcula.

• $(-3) \cdot (-4) + (-6) \cdot 3 = (+12) + (-18) = 12 - 18 = -6$

a) $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4$

b) $32 : (-8) - (-20) : 5$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4)$

d) $(+25) : (-5) + (-16) : (+4)$

e) $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2)$

f) $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3)$

a) $5 \cdot (-8) - (+9) \cdot 4 = (-40) - (+36) = -40 - 36 = -76$

b) $32 : (-8) - (-20) : 5 = (-4) - (-4) = -4 + 4 = 0$

c) $(-2) \cdot (-9) + (-5) \cdot (+4) = (+18) + (-20) = 18 - 20 = -2$

d) $(+25) : (-5) + (-16) : (+4) = (-5) + (-4) = -5 - 4 = -9$

e) $(+6) \cdot (-7) + (-50) : (-2) = (-42) + (+25) = -42 + 25 = -17$

f) $(+56) : (-8) - (-12) \cdot (+3) = (-7) - (-36) = -7 + 36 = 29$

18 $(-2) \cdot [11 + 3 \cdot (5 - 7)] - 3 \cdot (8 - 11)$

Ejercicio resuelto.


19  **Calcula.**

a) $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)]$

b) $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7)$

a) $28 : (-7) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (9 - 4)] = (-4) - (-6) \cdot [23 - 5 \cdot (5)] = -4 + 6 \cdot [23 - 25] =$
 $= -4 + 6 \cdot [-2] = -4 + (-12) = -16$

b) $(-2) \cdot (7 - 11) - [12 - (6 - 8)] : (-7) = (-2) \cdot (-4) - [12 - (-2)] : (-7) = 8 - [12 + 2] : (-7) =$
 $= 8 - [14] : (-7) = 8 - (-2) = 8 + 2 = 10$

20  **Meta 3.8. Escribe una expresión aritmética que refleje la diferencia entre el máximo y el mínimo número de horas semanales que debe dormir un chico o una chica de 14 años, según las recomendaciones de la OMS, y resuélvela. Según la OMS, un adolescente debe dormir entre 9 y 11 horas al día.**

$7 \cdot 11 - 7 \cdot 9 = 77 - 63 = 14 \text{ horas}$

8 ► POTENCIAS DE NÚMEROS ENTEROS

Página 40

Para practicar

1 Escribe en forma de producto y calcula.

a) $(-1)^7$ b) $(-5)^2$ c) $(-10)^5$

d) $(-7)^3$ e) $(-1)^0$ f) $(-7)^0$

a) $(-1)^7 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$

b) $(-5)^2 = (-5) \cdot (-5) = +25$

c) $(-10)^5 = (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) \cdot (-10) = -100\,000$

d) $(-7)^3 = (-7) \cdot (-7) \cdot (-7) = -343$

e) $(-1)^0 = 1$

f) $(-7)^0 = 1$

2 Calcula con ayuda de la calculadora de cuatro operaciones como en el ejemplo.

• $12^5 \rightarrow$ $\boxed{1} \boxed{2} \boxed{\times} \boxed{\times} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \boxed{=} \rightarrow$ $\boxed{248832}$

a) $(-11)^3$ b) 17^5 c) $(-27)^4$

a) $(-11)^3 = -1\,331$ b) $17^5 = 1\,419\,857$ c) $(-27)^4 = 531\,441$

3 Reduce a una sola potencia como en los ejemplos.

• $2^5 \cdot (-3)^5 = [2 \cdot (-3)]^5 = (-6)^5$

• $(-15)^4 : (+3)^4 = [(-15) : (+3)]^4 = (-5)^4 = 5^4$

a) $3^2 \cdot 4^2$ b) $(-2)^3 \cdot 4^3$

c) $(+15)^3 : (-5)^3$ d) $(-20)^2 : (-4)^2$

a) $3^2 \cdot 4^2 = (3 \cdot 4)^2 = 12^2$

b) $(-2)^3 \cdot 4^3 = [(-2) \cdot 4]^3 = (-8)^3 = -8^3$

c) $(+15)^3 : (-5)^3 = [(15) : (-5)]^3 = (-3)^3 = -3^3$

d) $(-20)^2 : (-4)^2 = [(-20) : (-4)]^2 = 5^2$

4 Reduce aplicando la propiedad $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

a) $x^2 \cdot x^3$ b) $a^4 \cdot a^4$ c) $z^5 \cdot z$

a) $x^2 \cdot x^3 = x^5$ b) $a^4 \cdot a^4 = a^8$ c) $z^5 \cdot z = z^6$

5 Reduce a una sola potencia.

a) $(-2)^5 \cdot 2^7$ b) $(-2)^3 \cdot (+2)^6$ c) $(-12)^2 \cdot (+12)^2$ d) $(+9)^4 \cdot (-9)^2$

a) $(-2)^5 \cdot 2^7 = -2^5 \cdot 2^7 = -2^{12}$ b) $(-2)^3 \cdot (+2)^6 = -2^9$

c) $(-12)^2 \cdot (+12)^2 = 12^4$ d) $(+9)^4 \cdot (-9)^2 = 9^6$

6 Reduce aplicando la propiedad $a^m : a^n = a^{m-n}$.

a) $x^7 : x^4$ b) $a^7 : a^2$ c) $z^8 : z^3$

a) $x^7 : x^4 = x^3$ b) $a^7 : a^2 = a^5$ c) $z^8 : z^3 = z^5$

7 Reduce a una potencia única.

a) $(-7)^8 : (-7)^5$ b) $10^9 : (-10)^4$ c) $12^4 : (-12)$ d) $(-4)^{10} : (+4)^6$

a) $(-7)^8 : (-7)^5 = -7^3$ b) $10^9 : (-10)^4 = 10^5$

c) $12^4 : (-12) = -12^3$ d) $(-4)^{10} : (+4)^6 = 4^4$

8 Aplica la propiedad $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$, y reduce.

a) $(x^3)^2$

b) $(a^3)^3$

c) $(z^6)^3$

a) $(x^3)^2 = x^6$

b) $(a^3)^3 = a^9$

c) $(z^6)^3 = z^{18}$

9 Copia y completa en tu cuaderno.

a) $(3^2)^4 = 3^{\square}$

b) $[(-2)^4]^3 = (-2)^{\square}$

c) $[(+5)^2]^2 = (+5)^{\square}$

d) $[(-6)^3]^5 = (-6)^{\square}$

a) $(3^2)^4 = 3^8$

b) $[(-2)^4]^3 = (-2)^{12}$

c) $[(+5)^2]^2 = (+5)^4$

d) $[(-6)^3]^5 = (-6)^{15}$

10 Reduce como en el ejemplo.

• $(a^6 \cdot a^4) : a^7 = a^{10} : a^7 = a^3$

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4$

b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3)$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4)$

d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2)$

a) $(x^5 \cdot x^2) : x^4 = x^7 : x^4 = x^3$

b) $m^7 : (m^2 \cdot m^3) = m^7 : m^5 = m^2$

c) $(a \cdot a^6) : (a^2 \cdot a^4) = a^7 : a^6 = a$

d) $(z^5 \cdot z^3) : (z^4 \cdot z^2) = z^8 : z^6 = z^2$

11 Opera y calcula.

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4)$

b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5]$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4$

d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4$

a) $10^6 : (5^4 \cdot 2^4) = 10^6 : (5 \cdot 2)^4 = 10^6 : (10)^4 = 10^2 = 100$

b) $(-12)^7 : [(-3)^5 \cdot 4^5] = (-12)^7 : [(-3) \cdot 4]^5 = (-12)^7 : (-12)^5 = (-12)^2 = 144$

c) $[(-9)^5 \cdot (-2)^5] : 18^4 = [(-9) \cdot (-2)]^5 : 18^4 = 18^5 : 18^4 = 18$

d) $[5^7 \cdot (-4)^7] : 20^4 = [5 \cdot (-4)]^7 : 20^4 = (-20)^7 : 20^4 = (-20)^3 = -8000$

9 ▶ RAÍZ CUADRADA DE UN NÚMERO ENTERO

Página 41

Para practicar

1 Calcula, si existen, estas raíces.

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt{(+1)}$ | b) $\sqrt{(-1)}$ | c) $\sqrt{(+25)}$ |
| d) $\sqrt{(-36)}$ | e) $\sqrt{(+100)}$ | f) $\sqrt{(-100)}$ |
| g) $\sqrt{(-169)}$ | h) $\sqrt{(+400)}$ | i) $\sqrt{(-900)}$ |
- a) ± 1
b) No existe.
c) ± 5
d) No existe.
e) ± 10
f) No existe.
g) No existe.
h) ± 20
i) No existe.

2 Reflexiona y calcula, si existen.

- | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|
| a) $\sqrt[3]{27}$ | b) $\sqrt[3]{-27}$ | c) $\sqrt[4]{16}$ |
| d) $\sqrt[4]{-16}$ | e) $\sqrt[5]{32}$ | f) $\sqrt[4]{-32}$ |
| g) $\sqrt[7]{-1}$ | h) $\sqrt[8]{-1}$ | i) $\sqrt[6]{+64}$ |
- a) 3
b) -3
c) ± 2
d) No existe.
e) 2
f) No existe.
g) -1
h) No existe.
i) ± 2

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 42

¿DOMINAS LO BÁSICO?

Sistemas de numeración


1  Observa un número escrito en dos sistemas de numeración diferente:



- a) Explica el significado de los signos en cada caso.
b) Escribe en ambos sistemas el número anterior y el posterior.

a)


Egipcio



$\text{🪷} = 100 \text{ unidades}$
 $\text{🪷} = 10 \text{ unidades}$
 $| = 1 \text{ unidad}$

El número es $100 + 30 + 4 = 134$

Maya

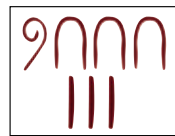
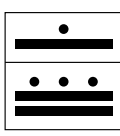
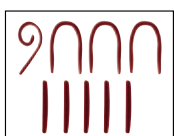
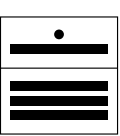



$\bullet = 1 \text{ unidad}$
 $\text{—} = 5 \text{ unidades}$

$20 \cdot (5 + 1)$
 $5 \cdot 2 + 4$

El número es $120 + 14 = 134$

b)

	Egipcio	Maya
133 →		
135 →		


2  Copia y completa.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a) 2 300 UM = ... C | b) 4 800 D = ... UM |
| c) 2 CM = ... UM | d) 700 UM = ... DM |
- a) 2 300 UM = 23 000 C
b) 4 800 D = 48 UM
c) 2 CM = 200 UM
d) 700 UM = 70 DM

3  **Copia, calcula y completa.**

- a) 1h 13 min 27 s \rightarrow ... s
 - b) 587 min \rightarrow ... h ... min
 - c) 6542 s \rightarrow ... h ... min ... s
- a) 4 407 s
 - b) 9 h 47 min
 - c) 1 h 49 min 2 s

Múltiplos y divisores

4  **Responde y justifica tu respuesta.**

- a) ¿Es 132 múltiplo de 11? ¿Y 11 divisor de 132?
 - b) ¿Es 574 múltiplo de 14? ¿Y 27 divisor de 1 542?
- a) Sí, 132 es múltiplo de 11 ($132 = 12 \cdot 11$) y 11 es divisor de 132.
 - b) No, 574 no es múltiplo de 27 ($574 = 24 \cdot 21 + 7$) y, por consiguiente, tampoco 27 es divisor de 574.

5  **Calcula.**

- a) Los cinco primeros múltiplos de 10.
 - b) Los cinco primeros múltiplos de 31.
 - c) Todos los divisores de 23.
 - d) Todos los divisores de 32.
- a) 10, 20, 30, 40 y 50
 - b) 31, 62, 93, 124 y 155
 - c) 1 y 23
 - d) 1, 2, 4, 8, 16 y 32

6  **Reflexiona y contesta:**

- a) Los tres divisores de mayor tamaño de un número son 20, 30 y 60. ¿De qué número hablamos?
 - b) Los tres múltiplos de menor tamaño de un número son 12, 24 y 36. ¿Qué número es?
- a) Un número es siempre divisible entre sí mismo, por tanto, el número buscado es 60.
 - b) Un número siempre es múltiplo de sí mismo, por tanto, el número buscado es 12.

Números primos y compuestos

7  **Escribe.**

- a) Los diez primeros números primos.
 - b) El mayor número primo de dos cifras y el menor de tres cifras.
- a) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 y 29
 - b) 97 y 1 009.

8  Copia y completa para descomponer los siguientes números en factores primos.

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 4 & 0 & 0 & 2 \\
 & 7 & 0 & 0 & 2 \\
 & \square & \square & \square & 2 \\
 & \square & \square & \square & \square \\
 & & \square & \square & \square \\
 & & & \square & \square \\
 & & & & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 4 & 8 & 5 & \square \\
 & \square & \square & \square & \square \\
 & \square & \square & \square & \square \\
 & & \square & \square & \square \\
 & & & \square & \square & 11 \\
 & & & & \square & \square
 \end{array}$$

$$1400 = 2^{\square} \cdot \square^{\square} \cdot \square$$

$$1485 = \square^{\square} \cdot \square \cdot 11$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 4 & 0 & 0 & 2 \\
 & 7 & 0 & 0 & 2 \\
 & 3 & 5 & 0 & 2 \\
 & 1 & 7 & 5 & 5 \\
 & & 3 & 5 & 5 \\
 & & & 7 & 7 \\
 & & & & 1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l}
 1 & 4 & 8 & 5 & 3 \\
 & 4 & 9 & 5 & 3 \\
 & 1 & 6 & 5 & 3 \\
 & & 5 & 5 & 5 \\
 & & 1 & 1 & 1 & 1 \\
 & & & & 1 & \square
 \end{array}$$

$$1400 = 2^3 \cdot 5^2 \cdot 7$$

$$1485 = 3^3 \cdot 5 \cdot 11$$

9  Descompón en el máximo número de factores.

a) 378

b) 1144

c) 1872

a) $378 = 2 \cdot 3^3 \cdot 7$

b) $1144 = 2^3 \cdot 11 \cdot 13$

c) $1872 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 13$

Mínimo común múltiplo y máximo común divisor

10  Calcula mentalmente.

a) mín. c. m. (2, 3)

b) mín. c. m. (6, 9)

c) mín. c. m. (4, 10)

d) mín. c. m. (6, 10)

e) mín. c. m. (6, 12)

f) mín. c. m. (12, 18)

a) 6

b) 18

c) 20

d) 30

e) 12

f) 36

11  Calcula mentalmente.

a) máx. c. d. (4, 8)

b) máx. c. d. (6, 9)

c) máx. c. d. (10, 15)

d) máx. c. d. (12, 16)

e) máx. c. d. (16, 24)

f) máx. c. d. (18, 24)

a) 4

b) 3

c) 5

d) 4

e) 8

f) 6

12  Calcula.

a) mín. c. m. (24, 36)

b) máx. c. d. (24, 36)

c) mín. c. m. (28, 42)

d) máx. c. d. (28, 42)

e) mín. c. m. (45, 75)

f) máx. c. d. (45, 75)

a) 72

b) 12

c) 84

d) 14

e) 225

f) 15

Los números enteros

13  Ordena de menor a mayor.

$$-6, +8, -16, -3, +12, -7, +4, +15, -11$$

$$-16 < -11 < -7 < -6 < -3 < +4 < +8 < +12 < +15$$

Suma y resta de números enteros

14  Opera.

a) $5 - 8 - 4 + 3 - 6 + 9$

c) $9 - 2 - 7 - 11 + 3 + 18 - 10$

a) -1

c) 0

b) $10 - 11 + 7 - 13 + 15 - 6$

d) $-7 - 15 + 8 + 10 - 9 - 6 + 11$

b) 2

d) -8

15  Calcula.

a) $15 + (8 - 6)$

c) $6 + (2 - 8) - (1 + 7)$

a) $15 + (+2) = 15 + 2 = 17$

c) $6 - 6 - 8 = -8$

b) $11 - (2 + 8)$

d) $(13 - 11) - (10 + 7) - (2 - 10)$

b) $11 - 10 = 1$

d) -8

Página 43

Multiplicación y división de números enteros

16  Opera aplicando la regla de los signos.

a) $(-4) \cdot (+7)$

b) $(-21) : (+3)$

c) $(-6) \cdot (-8)$

d) $(+30) : (+5)$

e) $(+10) \cdot (+5)$

f) $(-63) : (-9)$

g) $(-9) \cdot (-5)$

h) $(+112) : (-14)$

a) -28

b) -7

c) $+48$


d) $+6$

e) $+50$

f) $+7$

g) $+45$

h) -8

17  Copia y completa.

a) $(-3) \cdot (...) = -15$

c) $(...) \cdot (-4) = +32$

e) $(+20) \cdot (...) = +60$

a) $(-3) \cdot (+5) = -15$

c) $(-8) \cdot (-4) = +32$

e) $(+20) \cdot (+3) = +60$

b) $(-28) : (...) = -4$

d) $(...) : (+5) = +10$

f) $(...) : (-7) = +8$

b) $(-28) : (+7) = -4$

d) $(+50) : (+5) = +10$

f) $56 : (-7) = -8$

Operaciones combinadas con números enteros

18  Calcula.

a) $5 - 4 \cdot 3$

b) $2 \cdot 9 - 7$

c) $4 \cdot 5 - 6 \cdot 3$

d) $2 \cdot 8 - 4 \cdot 5$

e) $16 - 4 \cdot 7 + 2 \cdot 5 - 19$

f) $5 \cdot 6 - 21 - 3 \cdot 7 + 12$

a) -7

b) 11

c) 2

d) -4

e) -21

f) 0

19  Resuelve.

a) $7 \cdot (6 - 4)$

b) $(7 - 10) \cdot 2$

c) $(-3) \cdot (7 - 6)$

d) $(10 - 4) \cdot (-2)$

e) $6 \cdot (5 - 3) + 2 \cdot (2 - 7)$

f) $5 \cdot (-3 - 1) - 4 \cdot (9 - 7)$

a) 14

b) -6

c) -3

d) -12

e) 2

f) -28


Potencias de números enteros

20  **Calcula.**

- | | | |
|-------------|-------------|----------------|
| a) $(-5)^4$ | b) $(+4)^5$ | c) $(-6)^3$ |
| d) $(+7)^3$ | e) $(-8)^2$ | f) $(-10)^7$ |
| g) $(+3)^0$ | h) $(-6)^0$ | i) $(-10)^0$ |
| a) 625 | b) 1 024 | c) -216 |
| d) 343 | e) 64 | f) -10 000 000 |
| g) 1 | h) 1 | i) 1 |

21  **Expresa como potencia de un único número.**

- | | | |
|--------------------|--------------------------|-----------------------|
| a) $10^4 : 5^4$ | b) $12^7 : (-4)^7$ | c) $(-9)^6 : 3^6$ |
| d) $2^6 \cdot 2^6$ | e) $(-4)^5 \cdot (-2)^5$ | f) $2^4 \cdot (-5)^4$ |
- a) $10^4 : 5^4 = (2 \cdot 5)^4 : 5^4 = (2^4 \cdot 5^4) : 5^4 = 2^4$
 b) $12^7 : (-4)^7 = (3 \cdot 4)^7 : (-4)^7 = (3^7 \cdot 4^7) : (-4)^7 = -3^7$
 c) $(-9)^6 : 3^6 = 3^{12} : 3^6 = 3^6$
 d) $2^6 \cdot 2^6 = 2^{12}$
 e) $(-4)^5 \cdot (-2)^5 = -(4^5) \cdot (-2)^5 = 4^5 \cdot 2^5 = 2^{10} \cdot 2^5 = 2^{15}$
 f) $2^4 \cdot (-5)^4 = 2^4 \cdot 5^4 = (2 \cdot 5)^4 = 10^4$

22  **Reduce a una sola potencia.**


- | | | |
|--------------------|--------------------|------------------|
| a) $x^2 \cdot x^4$ | b) $m^4 \cdot m^3$ | c) $x^6 \cdot x$ |
| d) $m^8 : m^5$ | e) $x^3 : x$ | f) $m^5 : m^5$ |
| g) $(x^3)^2$ | h) $(m^5)^2$ | i) $(x^2)^2$ |
| a) x^6 | b) m^7 | c) x^7 |
| d) m^3 | e) x^2 | f) 1 |
| g) x^6 | h) m^{10} | i) x^4 |

Raíz cuadrada de números enteros

23  **Calcula, si existe.**

- | | | |
|--------------------|------------------|---------------------|
| a) $\sqrt{49}$ | b) $\sqrt{7^2}$ | c) $\sqrt{-49}$ |
| d) $\sqrt{15^2}$ | e) $\sqrt{225}$ | f) $\sqrt{-225}$ |
| g) $\sqrt{2\,500}$ | h) $\sqrt{50^2}$ | i) $\sqrt{-2\,500}$ |
| a) ± 7 | b) ± 7 | c) No existe. |
| d) ± 15 | e) ± 15 | f) No existe. |
| g) ± 50 | h) ± 50 | i) No existe. |


ENTRÉNATE Y PRACTICA

24  **En la siguiente serie puedes ver los diez primeros números naturales, escritos en el sistema binario (solo utiliza los signos 1 y 0):**

0 - 1 - 10 - 11 - 100 - 101 - 110 - 111 - 1000 - 1001

Escribe los diez siguientes.

1010 - 1011 - 1100 - 1101 - 1110 - 1111 - 10000 - 10001 - 10010 - 10011

25  Copia estos números y selecciona:

66 71 90 103 105
156 220 315 421 825
1000 2007 4829 5511 6005

a) Los múltiplos de 2.

b) Los múltiplos de 3.

c) Los múltiplos de 5.

d) Los múltiplos de 11.

a) 66, 90, 156, 220, 1000

b) 66, 90, 105, 156, 315, 825, 2007, 5511

c) 90, 105, 220, 315, 825, 1000, 6005

d) 66, 220, 4829, 5511

26  Escribe.

a) Los números primos comprendidos entre 50 y 60.

b) Los números primos comprendidos entre 80 y 100.

c) Los tres primeros primos mayores que 100.

a) 53 y 59°

b) 83, 89 y 97°

c) 101, 103 y 107

27  Calcula.

a) mín. c. m. (12, 15)

b) mín. c. m. (24, 60)

c) mín. c. m. (48, 54)

d) mín. c. m. (90, 150)

e) mín. c. m. (6, 10, 15)

f) mín. c. m. (8, 12, 18)

a) 60

b) 120

c) 432

d) 450

e) 30

f) 72

28  Calcula.

a) máx. c. d. (36, 45)

b) máx. c. d. (48, 72)

c) máx. c. d. (105, 120)

d) máx. c. d. (135, 180)

e) máx. c. d. (8, 12, 16)

f) máx. c. d. (45, 60, 105)

a) 9


b) 24

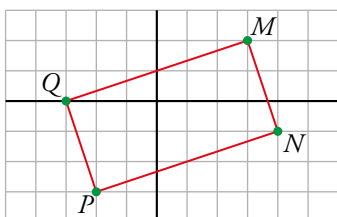
c) 15

d) 45

e) 4

f) 15

29  Escribe las coordenadas de los vértices de este rectángulo y dibuja otro igual con el vértice M en el punto (1, 0).

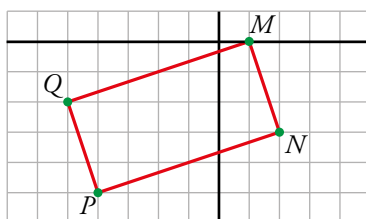


$P = (-2, -3)$

$Q = (-3, 0)$

$M = (3, 2)$

$N = (4, -1)$



$N = (-2, -3)$

$P = (-4, -5)$

$Q = (-5, -2)$

30  Opera.

- a) $16 + [3 - 9 - (11 - 4)]$
 b) $8 - [(6 - 9) - (7 - 13)]$
 c) $(6 - 15) - [1 - (1 - 5 - 4)]$
 d) $(2 - 12 + 7) - [(4 - 10) - (5 - 15)]$
 e) $[9 - (5 - 17)] - [11 - (6 - 13)]$
- a) 3
 b) 5
 c) -18
 d) -7
 e) 3

Página 44

31  Calcula.


- a) $(-2) \cdot [(+3) \cdot (-2)]$
 b) $[(+5) \cdot (-3)] \cdot (+2)$
 c) $(+6) : [(-30) : (-15)]$
 d) $[(+40) : (-4)] : (-5)$
 e) $(-5) \cdot [(-18) : (-6)]$
 f) $[(-8) \cdot (+3)] : (-4)$
 g) $[(-21) : 7] \cdot [8 : (-4)]$
 h) $[6 \cdot (-10)] : [(-5) \cdot 6]$
- a) 12 b) -30 c) 3 d) 2 e) -15 f) 6 g) 6 h) 2

32  Calcula y observa que el resultado varía según la posición de los paréntesis.


- a) $17 - 6 \cdot 2$
 b) $(17 - 6) \cdot 2$
 c) $(-10) - 2 \cdot (-3)$
 d) $[(-10) - 2] \cdot (-3)$
 e) $(-3) \cdot (+5) + (-2)$
 f) $(-3) \cdot [(+5) + (-2)]$
- a) $17 - 12 = 5$
 b) $11 \cdot 2 = 22$
 c) $-10 + 6 = -4$
 d) $(-12) \cdot (-3) = 36$
 e) $-15 - 2 = -17$
 f) $(-3) \cdot (+3) = -9$

33  Opera.

- a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot (11 - 7)]$
 b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (5 - 8)]$
 c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot (9 - 4)] - 13$
 d) $4 - (-2) \cdot [-8 - 3 \cdot (5 - 7)]$
 e) $6 \cdot (7 - 11) + (-5) \cdot [5 \cdot (8 - 2) - 4 \cdot (9 - 4)]$
- a) $5 \cdot [11 - 4 \cdot 4] = 5 \cdot [11 - 16] = 5 \cdot (-5) = -25$
 b) $(-4) \cdot [12 + 3 \cdot (-3)] = (-4) \cdot [12 - 9] = (-4) \cdot 3 = -12$
 c) $6 \cdot [18 + (-4) \cdot 5] - 13 = 6 \cdot [18 - 20] - 13 = 6 \cdot (-2) - 13 = -12 - 13 = -25$
 d) $4 + 2 \cdot [-8 - 3 \cdot (-2)] = 4 + 2 \cdot [-8 + 6] = 4 + 2 \cdot [-2] = 4 - 4 = 0$
 e) $6 \cdot (-4) + (-5) \cdot [5 \cdot 6 - 4 \cdot 5] = -24 - 5 \cdot [30 - 20] = -24 - 5 \cdot 10 = -24 - 50 = -74$

34  Reduce a una sola potencia.

- a) $(x^2)^5$
 b) $(m^4)^3$
 c) $[a^{10} : a^6]^2$
 d) $(a \cdot a^3)^3$
 e) $(x^5 : x^2) \cdot x^4$
 f) $(x^6 \cdot x^4) : x^7$
 a) $(x^2)^5 = x^{10}$
 b) $(m^4)^3 = m^{12}$
 c) $[a^{10} : a^6]^2 = a^8$
 d) $(a \cdot a^3)^3 = a^{12}$
 e) $(x^5 : x^2) \cdot x^4 = x^7$
 f) $(x^6 \cdot x^4) : x^7 = x^3$

35  Observa el ejemplo y reduce.

• $\sqrt{x^6} = \sqrt{x^{3 \cdot 2}} = \sqrt{(x^3)^2} = x^3$

a) $\sqrt{(x^2)^2}$

b) $\sqrt{(m^3)^2}$

c) $\sqrt{(a^4)^2}$

d) $\sqrt{x^4}$

e) $\sqrt{m^6}$

f) $\sqrt{a^8}$

a) $\sqrt{(x^2)^2} = x^2$

b) $\sqrt{(m^3)^2} = m^3$

c) $\sqrt{(a^4)^2} = a^4$

d) $\sqrt{x^4} = \sqrt{(x^2)^2} = x^2$

e) $\sqrt{m^6} = \sqrt{(m^3)^2} = m^3$

f) $\sqrt{a^8} = \sqrt{(a^4)^2} = a^4$

REFLEXIONA, APLICA, EXPRÉSATE

36  Busca un divisor de 427 con dos cifras.


$427 = 7 \cdot 61$

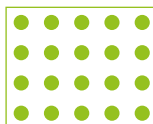
Por tanto, 61 es un divisor con dos cifras de 427.

37  Un número menor de 50 es múltiplo de 6 y de 7. ¿Qué número es?

$6 \cdot 7 = 42$

El número es 42.

38  Un grupo de 20 personas se pueden organizar en un número exacto de filas y columnas. Por ejemplo, cuatro filas y cinco columnas.



Sin embargo, no se puede hacer lo mismo con un grupo de 13 personas, que solo se pueden poner en una única fila.



Busca todos los números de personas, comprendidos entre 150 y 170 elementos, que solo se puedan organizar en una única fila.

El problema nos está pidiendo los números primos que hay entre 150 y 170.

Estos son: 151 - 157 - 163 - 167

39  Un número de tres cifras es múltiplo de 150 y divisor de 2 100. ¿Qué número puede ser?


$2\ 100 = 300 \cdot 7$

$300 = 150 \cdot 2$


El número buscado es 300.

RESUELVE PROBLEMAS SENCILLOS

Problemas con números naturales

40  Una persona de 14 años, según la OMS, debe dormir entre 9 y 11 horas al día, y una de 40 años, entre 7 y 9 horas. ¿Cuál será la diferencia entre las horas anuales de sueño de un chico o chica de 14 años y una persona de 40 años?

Considerando que una persona de 14 años duerme una media de 10 h al día, y una de 40 años, una media de 8 h al día, la diferencia de horas, en un año no bisiesto, sería de:
 $365 \cdot 10 - 365 \cdot 8 = 730$ h

- 41**  Una compañía de danza de 156 bailarines y bailarinas hace una coreografía formando filas y columnas. Si en una fila hay 20 más que en una columna, ¿cuántas filas y cuántas columnas son?


Buscando los divisores de 156, vemos que los únicos que difieren en 20 unidades son 6 y 26, por lo que habrá 6 filas y 26 columnas.

- 42**  Se desea dividir una cartulina de 50 cm × 65 cm en fichas cuadradas del mayor tamaño que sea posible. ¿Cuál será el lado de cada ficha?

Si las fichas son cuadradas, debemos buscar el mayor divisor de ambos números para que los lados sean iguales y conseguir así un cuadrado.

$$\text{máx. c. d. } (50, 65) = 5$$

El lado de cada ficha medirá 5 centímetros.

- 43**  En el platillo derecho de una balanza se han colocado dados de madera de 30 gramos, y en el platillo izquierdo, canicas de cristal de 36 gramos.

Sabiendo que la balanza está equilibrada y que entre dados y canicas no superan las 15 unidades:

- a) ¿Cuánto peso soporta cada platillo?
b) ¿Cuántos dados y cuántas canicas se han empleado?


La balanza estará equilibrada, si ambos conjuntos pesan igual, por lo que el peso será un múltiplo de 30 y de 36.

$$\text{mín. c. m. } (30, 36) = 180 = 30 \cdot 6 = 36 \cdot 5$$

Si el peso es de 180 gramos, habrá 6 dados de madera y 5 canicas.

El siguiente múltiplo de 30 y 36, que sería 360, no nos sirve, puesto que entonces tendríamos más de 15 unidades totales (12 cubos y 10 canicas).

- a) Cada platillo soporta 180 g.
b) Se han empleado 6 dados y 5 canicas.

- 44**  De una fábrica salen dos camiones cargados con frigoríficos iguales. El primero carga 481 kilos, y el segundo, 555 kilos. ¿Cuánto pesa cada frigorífico y cuántos frigoríficos lleva cada camión?


$$\text{máx. c. d. } (481, 555) = 37$$

Al ser 37 un número primo, no podrá haber otro divisor común menor que no sea 1, pero descartamos que los frigoríficos pesen 1 kilo cada uno por sentido común.

$$481 = 37 \cdot 13$$


$$555 = 37 \cdot 15$$

Cada frigorífico pesa 37 kilos. El primer camión lleva 13 frigoríficos, y el segundo, 15.

- 45**  Un rollo de cable mide más de 150 m y menos de 200 m. ¿Cuál es su longitud exacta, sabiendo que se puede dividir en trozos de 15 m y también en trozos de 18 m sin desperdiciar nada?

mín. c. m. (15, 18) = 90 → El primer múltiplo de 90 comprendido entre 150 y 200 es 180.

La longitud del rollo es de 180 m.

46  Un ayuntamiento ofrece a sus vecinos parcelas para poner huertos de recreo. Para ello ha dividido un terreno cuadrado en parcelas rectangulares de $15 \text{ m} \times 20 \text{ m}$. ¿Cuáles son las dimensiones del terreno, si al ayuntamiento le han salido casi 50 parcelas?

Cada lado del terreno será un múltiplo de 15 y de 20.


$$\text{mín. c. m. } (15, 20) = 60 = 15 \cdot 4 = 20 \cdot 3$$

Si el terreno cuadrado midiera 60 metros de lado, tendríamos $4 \cdot 3 = 12$ parcelas solamente.

Veamos qué ocurre con los siguientes múltiplos comunes a ambos números:

$$60 \cdot 2 = 120 = 15 \cdot 8 = 20 \cdot 6 \rightarrow 8 \cdot 6 = 48 \text{ parcelas}$$

El terreno medirá 120 metros de lado.

47  En un horno de bollería se han fabricado 2 400 magdalenas y 2 640 mantecados, que se envasan en bolsas con el mismo número de unidades y sin mezclar ambos productos. ¿Cuántas piezas lleva cada bolsa, teniendo en cuenta que el número es superior a 10 e inferior a 15?

Descomponemos en factores primos ambos números:

$$2\,400 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^2$$

$$2\,640 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$$

Solo hay un divisor común a ambos que esté comprendido entre 10 y 15:

$$2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

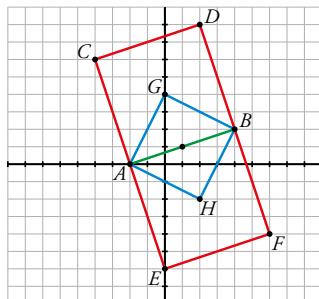
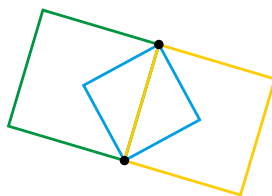
Cada bolsa lleva 12 unidades.

Página 45

Problemas con números enteros

48   Dibuja unos ejes de coordenadas y los puntos $A(-2, 0)$ y $B(4, 2)$.

Traza todos los cuadrados que tienen dos vértices en esos puntos (son tres distintos). Por último, escribe las coordenadas de los vértices de cada uno de esos cuadrados.



$$C(-4, 6)$$


$$D(2, 8)$$

$$E(0, -6)$$

$$F(6, -4)$$

$$G(0, 4)$$

$$H(2, -2)$$

49  Si escribes todos los números enteros desde -50 hasta $+50$, ¿cuántas veces habrás utilizado la cifra 7? ¿Y la cifra 5? ¿Y la cifra 3?

– La cifra 7 se ha utilizado 10 veces.

– La cifra 5 se ha utilizado 12 veces.

– La cifra 3 se ha utilizado 30 veces.

- 50** La suma de dos números enteros es menos cinco (-5) y su diferencia diecinueve ($+19$).
¿Cuáles son esos números?

Ejercicio resuelto.

- 51** La suma de dos números enteros es 3, y su diferencia, 7. ¿Cuáles son esos números?

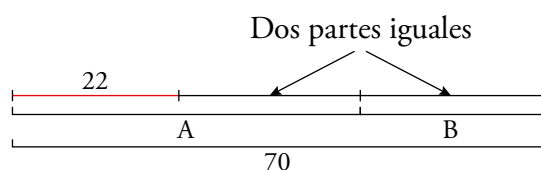
La suma menos la diferencia es el doble del menor: $(3) - (7) = -4$

El menor es: $(-4) : 2 = -2$

El mayor es: $(-2) + 7 = 5$

Los números son -2 y 5 .

- 52** La suma de dos números enteros es -22 , y la suma de sus valores absolutos, 70 .
¿Cuáles son esos números?



$$70 - 22 = 48 \text{ y } 48 : 2 = 24$$

$$B = 24 \text{ y } A = -(24 + 22) = -46$$

Los dos números son 24 y -46 .

PARA PENSAR UN POCO MÁS

- 53** En el obrador de bollería han horneado magdalenas. Las empaquetan en bolsas de media docena y sobran dos.

Si las hubieran empaquetado en bolsas de 5, habrían sobrado tres, y si las bolsas hubieran sido de 8, habrían quedado justas.

Sabiendo que han llenado poco más de 40 bolsas, ¿cuántas magdalenas han salido del horno?

Sabemos que, si las empaquetan con media docena de magdalenas en cada bolsa sobran 2, entonces: $40 \cdot 6 + 2 = 242$

Probando con los siguientes números hasta encontrar el que cumpla todas las condiciones expuestas en el problema encontramos el 248, que es múltiplo de 8, si le quitamos 3 (245) es múltiplo de 5 y, si le quitamos 2 (246) es múltiplo de 6. Entonces, se han llenado 41 bolsas con 6 magdalenas y han sobrado 2.

Del horno han salido 248 magdalenas.

- 54** Los miembros de un equipo de atletismo acuerdan regalar a su entrenadora un cronómetro que cuesta 130 €.

— ¡Lástima que no participen los lanzadores de peso, disco y jabalina! — comenta la capitana—, siendo tres más, nos habría tocado poner 3 € menos a cada uno.

¿Cuántos son para el regalo, sabiendo que a cada uno le toca poner una cantidad entera de euros, sin céntimos?

Sabemos que el cronómetro vale 130 €.

Si n es el número de atletas y a son los euros que pone cada atleta, podemos escribir:


$$n \cdot a = 130 \rightarrow 130 : n = a$$

Es decir, queremos encontrar dos divisores de 130 que multiplicados den 130.

$$130 = 130 \cdot 1 = 65 \cdot 2 = 26 \cdot 5 = 13 \cdot 10$$

De entre todas las parejas de divisores tenemos que escoger una, y sabemos que si fueran 3 más pagarían 3 euros menos.


Por tanto: Son 10 y pagarán 13 € cada uno. Si fueran 13, pagarían 10 € cada uno.

55  Voy con mi hermano a comprar el regalo que hemos elegido para nuestra madre. Mi hermano dice que, después de poner su parte, aún le sobrarán 10 €. Yo le pido un préstamo, porque me faltan 5 € para poner la mía.

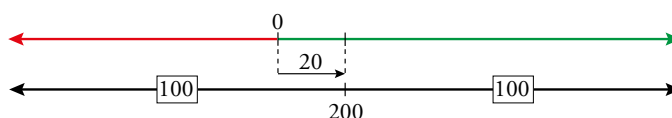
¿Cuánto cuesta el regalo, sabiendo que entre los dos tenemos 85 €?

Si a mi hermano le sobran 10 € y a mi me faltan 5 €, entre los dos tenemos 5 € más de los necesarios para comprar el regalo.

Por tanto, el regalo cuesta 80 €.

56  Tengo dos cuentas en el mismo banco. En la primera hay 200 € más que en la segunda, pero si pasara dinero de una a la otra, dejándolas igualadas, cada una quedaría con 20 €. ¿Cuánto hay en cada cuenta?

 Puedes apoyarte en este gráfico:



Sabemos que, una vez igualado el saldo de las dos cuentas, ambas tendrán 20 €. Así el saldo de las dos cuentas sumadas será 40 €.

Eso nos indica que la segunda cuenta está en números rojos antes de pasar dinero de una a otra.

Como en la primera cuenta hay 200 € más que en la segunda cuenta, pasaremos 100 € de una a la otra y las dos quedaran con 20 €.

Es decir, la primera cuenta había $20 \text{ €} + 100 \text{ €} = 120 \text{ €}$ y en la segunda cuenta había $20 \text{ €} - 100 \text{ €} = -80 \text{ €}$.

TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 46

INVESTIGA

Números perfectos

- Entre 25 y 30 hay otro número perfecto. ¿Serás capaz de encontrarlo?

Es el número 28, cuyos divisores propios son 1, 2, 4, 7 y 14.

Efectivamente, $1 + 2 + 4 + 7 + 14 = 28$.

Números amigos

- El número 220 tiene un amigo. ¿Serás capaz de encontrarlo?

El número 284 es amigo de 220.

Divisores propios de 220: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 y 110

Divisores propios de 284: 1, 2, 4, 71 y 142

La suma de los divisores propios de 220 es 284 y la suma de los divisores propios de 284 es 220.

ÉCHALE INGENIO

Cromos

- De la colección de cromos que está haciendo Amelia, y que va colocando en el álbum, los colocados son el triple de los repetidos que tiene para cambiar. Si consiguiera cambiar todos los repetidos por otros nuevos, ya tendría colocados en el álbum el triple de los huecos aún vacíos, que pasan de 15 pero no llegan a 20. ¿Cuántos cromos tiene la colección?



Del enunciado, deducimos que el número de cromos colocados es un número múltiplo de 3, ya que son **el triple de los cromos repetidos**.

Además, si sumamos a los cromos colocados los cromos repetidos (que los ha cambiado por cromos nuevos no repetidos), tendremos **cuatro veces** los cromos repetidos, y, a su vez, **el triple de los huecos vacíos**. Es decir, el triple de los huecos vacíos es cuatro veces los cromos repetidos, por lo que el número de huecos vacíos debe ser un múltiplo de 4.

Como sabemos que el número de huecos vacíos pasan de 15, pero no llegan a 20, los huecos vacíos deben ser 16, que el múltiplo de 4.

De lo anterior, podemos deducir que los cromos repetidos son $(16 \cdot 3) : 4 = 12$, los cromos colocados, $3 \cdot 12 = 36$, y los huecos vacíos, 16.

Por tanto, la colección tiene $12 + 36 + 16 = 64$ cromos.

AUTOEVALUACIÓN

1 Escribe.

a) Los cuatro primeros múltiplos de 17.

b) Todos los divisores de 72.

a) 17, 34, 51, 68

b) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 y 72

2 Busca:

a) El primer múltiplo de 17 después de 1 000.

b) Un número de dos cifras que sea divisor de 415.

a) El resto que resulta de dividir 1 000 entre 17 es 14. Por tanto, si añadimos 3 unidades al 1 000, el número que resulta, 1 003, será múltiplo de 17.

b) Es 83, porque $83 \cdot 5 = 415$.

3 Escribe los números primos comprendidos entre 20 y 40.

23, 29, 31 y 37

4 Indica cuáles de estos números son múltiplos de 2, cuáles de 3, cuáles de 5 y cuáles de 10:

897 - 765 - 990 - 2713 - 6077 - 6324 - 7005

Múltiplos de 2: 990, 6324

Múltiplos de 3: 897, 765, 6324, 7005

Múltiplos de 5: 765, 990, 7005

Múltiplos de 10: 990

5 Copia en tu cuaderno y descompón en factores primos los números 150 y 225.

$$150 = 2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square$$

$$225 = 3 \cdot \square \cdot \square \cdot \square$$

$$150 = 2 \cdot \boxed{3} \cdot \boxed{5} \cdot \boxed{5}$$

$$225 = 3 \cdot \boxed{3} \cdot \boxed{5} \cdot \boxed{5}$$

6 Calcula.

a) máx. c. d. (150, 225)

b) mín. c. m. (150, 225)

a) máx. c. d. (150, 225) = $3 \cdot 5^2 = 75$

b) mín. c. m. (150, 225) = $2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 450$

7 Calcula.

a) $6 - 11 + (9 - 13)$

c) $(7 - 15) - (6 - 2)$

a) $6 - 11 + (9 - 13) = 6 - 11 + (-4) = -5 - 4 = -9$

c) $(7 - 15) - (6 - 2) = (-8) - (4) = -12$

b) $2 - (5 - 8)$

d) $5 - [2 - (3 - 2)]$

b) $2 - (5 - 8) = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$

d) $5 - [2 - (3 - 2)] = 5 - [2 - 1] = 5 - 1 = 4$

8 Calcula.

a) $4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3)$

b) $(10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)]$

c) $10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)]$

a) $4 \cdot 5 - 3 \cdot (-2) + 5 \cdot (-8) - 4 \cdot (-3) = 20 + 6 - 40 + 12 = 38 - 40 = -2$

b) $(10 - 3 \cdot 6) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (4 - 7)] = (10 - 18) - 2 \cdot [5 + 3 \cdot (-3)] = -8 - 2 \cdot [5 - 9] =$
 $= -8 - 2 \cdot [-4] = -8 + 8 = 0$

c) $10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 + 7 - 3)] = 10 - 10 \cdot [-6 + 5 \cdot (0)] = 10 - 10 \cdot (-6) = 10 + 60 = 70$

9 Reduce a una sola potencia.

a) $a^3 : b^3$

b) $a^5 : b^5$

c) $a^4 \cdot a^2$

d) $x^6 \cdot x^4$

e) $(x^3)^3$

f) $(-5)^7 : (-5)^5$

a) $a^3 : b^3 = \left(\frac{a}{b}\right)^3$

b) $a^5 : b^5 = \left(\frac{a}{b}\right)^5$

c) $a^4 \cdot a^2 = a^6$

d) $x^6 \cdot x^4 = x^{10}$

e) $(x^3)^3 = x^9$

f) $(-5)^7 : (-5)^5 = (-5)^2 = 5^2$

10 Una tienda de ropa pone a la venta una partida de camisetas, todas del mismo precio. El primer día vende unas cuantas por valor de 221 € y el segundo día, unas cuantas más por valor de 272 €. ¿Cuál crees que es el precio de una camiseta?



El precio de cada camiseta debe ser un divisor común de 221 y 272.

máx .c. d. (221, 272) = 17

Cada camiseta se vende por 17 €.

11 Se desea dividir un terreno rectangular, de 100 m de ancho por 120 m de largo, en parcelas cuadradas lo más grandes posible. ¿Cuánto debe medir el lado de cada parcela?

máx. c. d. (100, 120) = 20

El lado de cada parcela debe medir 20 m.

12 En una fábrica se oye el escape de una válvula de gas cada 45 segundos, y el golpe de un martillo pilón cada 60 segundos. Si se acaban de oír ambos sonidos simultáneamente, ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?

$45 = 3^2 \cdot 5$

$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

mín. c. m. (45, 60) = $2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$

Tardarán 180 segundos = 3 minutos en coincidir de nuevo.

- 13** Se van apilando, en una torre, cubos de 45 cm de arista y, al lado, en otra, cubos de 60 cm de arista. ¿A qué altura coinciden por tercera vez las cimas de ambas torres?



$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 3 \cdot 5^2$$

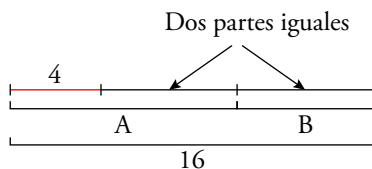
$$\text{mín. c. m. } (45, 60) 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

$$180 \cdot 3 = 540$$

Por tercera vez, coinciden a una altura de 540 cm.

- 14** La suma de dos números enteros es 4, y la suma de sus valores absolutos, 16. ¿Qué números son?

Llamamos A y B a los números enteros. Con los datos que nos da el enunciado elaboramos el siguiente gráfico:

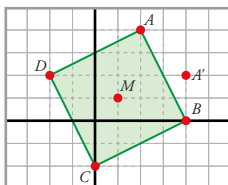


$$16 + 4 = 20 \text{ y } 20 : 2 = 10$$

$$B = 10 \text{ y } A = -(10 - 4) = -6$$

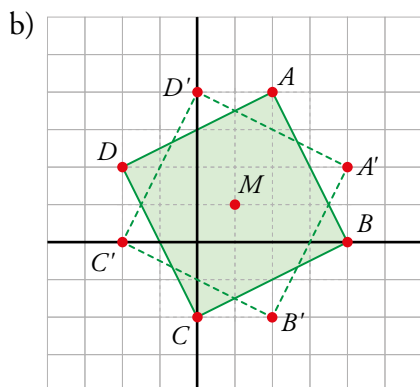
Los dos números son 10 y -6.

- 15** Observa el cuadrado.



- a) Escribe las coordenadas de los vértices, A, B, C, D y de su centro, M.
b) Supón que lo giras, alrededor de M, de forma que A quede sobre A'(4, 2), y escribe las coordenadas de los nuevos vértices, B', C', D'.

a) $A(2, 4)$; $B(4, 0)$; $C(0, -2)$; $D(-2, 2)$; $M(1, 1)$



$B'(2, -2)$; $C'(-2, 0)$; $D'(0, 4)$